

## Steady State Analysis and Prediction of Rolling Resistance for a Moving Radial Tire Using Hyper-Viscoelastic Model

Mir Hamid Reza Ghoreishy\* and Ghasem Naderi

Department of Rubber Processing and Engineering, Faculty of Processing, Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14975-112, Tehran, Iran

Received 24 November 2013, accepted 3 May 2014

### ABSTRACT

A 185/65R15 steel belted radial tire was analyzed for the prediction of its rolling resistance using finite element method. The Abaqus code was used for this purpose. A two-dimensional axisymmetric model was first designed to form the tire layout in the mold. After analyzing for rim mounting, an internal pressure was applied to the tire. Having rotated the tire cross-section about rolling axis, a three-dimensional model was then created and used for the analyses under static vertical load and steady state rolling conditions. Owing to the use of arbitrary Lagrangian/Eulerian framework, a constant linear velocity was assumed and the analysis was performed for a range of angular velocity of the tire. An in-house developed user subroutine was employed and linked to the Abaqus for the accurate determination of the free rolling rotational speed (angular velocity) of the tire based on zero force/torque. Two sets of analyses were performed. In the first set, it was assumed that the mechanical behaviors of the rubbery parts could be described by the well-known Ogden hyperelastic model. In the second set, hyper-viscoelastic behaviors were assumed in which the Ogden model was combined with the Prony series to take the material history and time effect into consideration. The difference between the calculated longitudinal forces in rolling state using the mentioned models was attributed to the rolling resistance of the tire. In order to check the accuracy of the proposed method, the predicted rolling resistance force was compared with that of experimentally obtained data which confirmed the applicability and robustness of the model. The contact pressure distributions have been presented and discussed in relation to different types of material model.

#### Keywords:

tire,  
finite element method,  
steady state rolling,  
rolling resistance,  
hyper-viscoelastic

(\*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: [m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir](mailto:m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir)

# شبیه‌سازی حرکت حالت پایای تایر رادیال با استفاده از مدل ابرگرانروکشسان برای پیش‌بینی مقاومت غلتشی

میرحمید رضا قریشی\*، قاسم نادری

تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه فرایند و مهندسی لاستیک، صندوق پستی ۱۱۲-۱۴۹۷۵

دریافت: ۹۲/۹/۳، پذیرش: ۹۳/۲/۱۳

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،  
سال بیست و هفتم، شماره ۳،  
صفحه ۲۴۰-۲۳۱، ۱۳۹۳  
ISSN: 1016-3255  
Online ISSN: 2008-0883

## چکیده

در کار پژوهشی حاضر، حرکت حالت پایای تایر رادیال سواری در مسیر مستقیم با هدف پیش‌بینی متغیرهای عملکردی تایر به‌ویژه مقاومت غلتشی شبیه‌سازی شده است. شبیه‌سازی براساس روش اجزای محدود و با نرم‌افزار Abaqus انجام شد. ابتدا تایر رادیال با اندازه 185/65R15 انتخاب و سپس مدل دوبعدی متقارن محوری تایر با استفاده از اجزای مربوط ساخته و پس از جانمایی روی رینگ زیر بار فشار باد تحلیل شد. به دنبال آن با دوران مدل دوبعدی حول محور چرخش، مدل سه‌بعدی تایر ایجاد و زیر بار عمودی ایستا و غلتش مسیر مستقیم با سرعت خطی ثابت در دستگاه لاگرانژی-اولری اختیاری (arbitrary Lagrangian-Eulerian) قرار گرفت. برای تعیین مقدار سرعت زاویه‌ای غلتش آزاد متناظر با سرعت خطی تایر از زیربرنامه اختصاصی استفاده شد که در این پژوهش نوشته شده و به نرم‌افزار اصلی پیوند زده شده بود. دو مجموعه تحلیل جداگانه روی تایر انجام شد. در تحلیل نخست، رفتار مکانیکی اجزای لاستیکی با مدل ابرکشسان Ogden انجام شد، در حالی که در تحلیل دوم رفتار لاستیک به‌طور ابرگرانروکشسان فرض و با معادله تلفیقی Ogden و سری Prony بیان شد. با رسم نمودار نیروی طولی برحسب سرعت زاویه‌ای، مقدار اختلاف نیرو در دو حالت گفته شده به‌دست آمد که به نیروی مقاومت غلتشی تایر ربط داده شد. برای تعیین مقدار دقت و صحت نتیجه به‌دست آمده، این مقدار با داده‌های تجربی حاصل از آزمون تعیین مقاومت غلتشی مقایسه شد که حاکی از دقت زیاد روش پیشنهادی است. همچنین برای بررسی بیشتر، توزیع فشار ناحیه تماسی نیز مطالعه و تفاوت آن برای دو مدل مکانیکی نامبرده بحث و بررسی شد.

## واژه‌های کلیدی

تایر،  
روش اجزای محدود،  
غلتش حالت پایا،  
مقاومت غلتشی،  
ابرگرانروکشسانی

## مقدمه

شبیه‌سازی تایر به روش اجزای محدود همواره از چالش‌برانگیزترین حوزه‌های مهندسی پلیمر به‌شمار می‌آید. این مسئله به‌طور عمده ناشی از پیچیدگی سازه تایر است که در آن از مواد گوناگون با خواص فیزیکی و مکانیکی مختلف استفاده می‌شود و نیز شرایط عملکرد آن است. بررسی‌ها و مطالعات انجام شده به‌خوبی نشان می‌دهد، با وجود پژوهش‌های گسترده‌ای که در این زمینه انجام شده، پیچیدگی‌های موجود، به‌ویژه از دیدگاه رفتار مواد و شرایط بارگذاری، موجب شده تا دستیابی به روشی جامع و فراگیر برای شبیه‌سازی تایر همچنان دست‌نیافتنی به‌نظر برسد. اغلب قریب به اتفاق این کارها با فرض رفتار مستقل از زمان برای مواد تشکیل‌دهنده انجام شده‌اند. بدین ترتیب که رفتار لاستیک را با مدل‌های ابرکشسان و رفتار الیاف تقویت‌کننده را با مدل‌های کشسان خطی برآورد کرده‌اند. اگرچه این فرضیه‌ها می‌توانند برای سنجش رفتار تایر در قبال بارها و نیروهای بلندمدت و طولانی‌اثر مفید واقع شوند، اما نمی‌توانند به‌درستی رفتار تایر را زیر بارهای پویا و تناوبی توصیف کنند. پرواضح است که دلیل این موضوع رفتار ابرگرانروکشسان لاستیک و نیز تا اندازه‌ای گرانروکشسان بودن الیاف تقویت‌کننده بدنه تایر است که معمولاً از جنس پلی‌استر یا در موارد معدود ریون هستند.

از زمینه‌هایی که در آن در نظر داشتن رفتار وابسته به زمان بسیار اهمیت دارد، پیش‌بینی مقاومت غلتشی تایر است. شبیه‌سازی تایر به شرط اینکه در آن رفتار گرانروکشسانی اجزای تشکیل‌دهنده در نظر گرفته شده باشد، به‌خوبی می‌تواند به تعیین مقاومت غلتشی کمک کرده و هزینه‌های آزمون اندازه‌گیری این کمیت را در طول چرخه طراحی کاهش دهد یا حتی حذف کند. بنابراین، با توجه به اثر مستقیمی که کاهش مقاومت غلتشی بر مصرف سوخت در خودرو و در پی آن اثر مهمی که بر حفظ محیط زیست و کاهش خطرهای ناشی از رهاسازی گازهای گلخانه‌ای دارد، پیش‌بینی و بهینه‌سازی برای به حداقل رساندن این مقاومت اهمیت دوچندانی می‌یابد. البته به همه اینها باید الزام تیرسازان به نصب برچسب مقدار انرژی بر بودن تایرها (در کنار برچسب ایمنی و تولید صداهای ناخواسته) را نیز افزود که می‌تواند عامل انگیزشی بسیار قوی برای دستیابی به روشی مطمئن به منظور پیش‌بینی مقاومت غلتشی باشد.

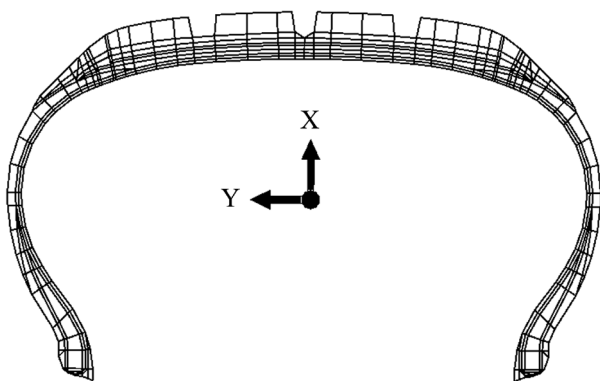
در ادامه، ابتدا بررسی مطالعاتی مختصری از پیشینه فعالیت‌های انجام شده در راستای پیش‌بینی مقاومت غلتشی با تأکید بر استفاده از روش اجزای محدود انجام شده است. به دنبال آن شبیه‌سازی غلتش حالت پایای (steady state rolling) تایر رادیال سواری به روش اجزای محدود که با نرم‌افزار Abaqus انجام شده است، مورد توجه

واقع شده و جزئیات مربوط به تفصیل ارائه شده است.

## پیشینه پژوهش

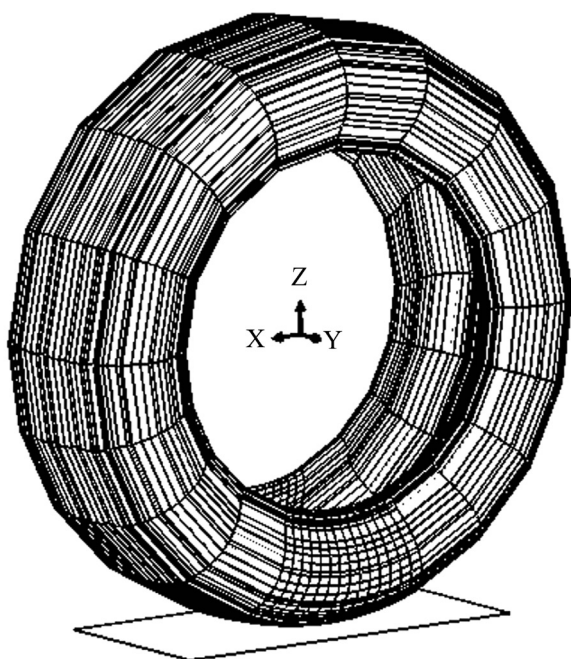
مقاومت غلتشی به‌عنوان نیروی مورد نیاز برای ثابت نگه‌داشتن سرعت خطی تایر در حال غلتش هنگام حرکت رو به جلو و در مسیر مستقیم تعریف می‌شود. مطالعات پیشین نشان داده‌اند، بیشترین سهم در ایجاد نیروی مقاومت غلتشی مربوط به پدیده اتلاف انرژی در اجزای پلیمری مصرفی در تایر (به‌طور عمده لاستیک) است که این مقدار ۸۰٪ تا ۹۵٪ از کل مقاومت غلتشی را تشکیل می‌دهد [۱] و مابقی به اصطکاک بین تایر و جاده و نیز مقاومت حرکتی در برابر هوا مربوط می‌شود. بنابراین، بیشترین پژوهش‌های انجام شده در این حوزه، روی رفتار گرانروکشسان لاستیک در تایر متمرکز شده است. این پژوهش‌ها را می‌توان به دو بخش شبیه‌سازی تایر زیر بار عمودی ایستا و تحلیل حرکت حالت پایای تایر دسته‌بندی کرد. در همه این موارد، هدف پیش‌بینی مقدار انرژی اتلاف در تایر است که با تقسیم‌کردن آن به مسافت پیموده شده می‌توان نیروی مقاومت غلتشی را به‌آسانی به‌دست آورد. افزون بر این، با در دست‌بودن مقدار اتلاف انرژی می‌توان با انجام تحلیل انتقال گرما امکان پیش‌بینی توزیع دما را در تایر نیز میسر ساخت. نمونه‌هایی از حالت اول را می‌توان در مقالات Ebbott و همکاران [۲]، Wei و سایر پژوهشگران [۳] که پدیده شکست را در لایه‌ها مطالعه کردند، Shida و همکاران [۴] و بالاخره Park و همکاران [۵] ملاحظه کرد. نکته مهم در همه این کارها آن است که چون محاسبات برای تایر در حالت ایستا انجام می‌شود، بنابراین دقت زیادی ندارد. ایده استفاده از نتایج شبیه‌سازی زیر بار عمودی ایستا برای پیش‌بینی مقاومت غلتشی همچنان مورد توجه است (برای مثال به مقاله Cho و همکاران [۶] مراجعه شود). این روش با وجود اینکه نمی‌تواند به‌طور منطقی پذیرفته شود، ولی به دلیل آسانی و راحتی محاسبات جالب توجه است.

با توسعه بیشتر روش‌های محاسباتی و عرضه نرم‌افزارهای تجاری قوی، بحث پیش‌بینی مقاومت غلتشی یا شبیه‌سازی تایر در حال حرکت با مدل‌های گرانروکشسان مطرح و پژوهش‌های جدیدتر بر این مبنا قرار گرفت. بررسی‌ها نشان می‌دهد، شروع این نوع تحلیل‌ها را می‌توان به کار Lin و Hwang [۷] نسبت داد. آنها با نرم‌افزار ANSYS و تحلیل پویای تایر توانستند مقدار اتلاف انرژی را محاسبه و به کمک آن به توزیع دما دست یابند. البته این کار فاقد مقایسه با نتایج تجربی بود. در سال‌های اخیر با توسعه روش‌های عددی، که به‌طور اختصاصی برای حرکت تایر در حال غلتش ابداع شده‌اند، موضوع پیش‌بینی مقاومت غلتشی مورد توجه بیشتری قرار گرفته است. از این میان، توسعه روش لاگرانژی - اولری اختیاری (arbitrary Lagrangian-Eulerian) که به اختصار



شکل ۱- شبکه اجزای محدود دوبعدی متقارن محوری تایر.

جزء صفحه‌ای برای قراردادن اجزای تقویت‌کننده لیفی (پلی‌استر، فولاد و نایلون) تقسیم شد. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، برای سادگی و افزایش سرعت محاسبات از طرح رویه آج صرف‌نظر شد. از این مدل برای شبیه‌سازی تایر در مراحل قرارگیری روی رینگ و بادشدن (inflation) استفاده شد. سپس، مدل دوبعدی مزبور حول محور مرکز تایر (محور چرخ) دوران داده شده تا مدل سه‌بعدی آن مطابق آنچه که در شکل ۲ دیده می‌شود، به‌دست آید. این مدل در مجموع از ۱۸۰۶۱ جزء تشکیل شده است که برای شبیه‌سازی تایر زیر بار عمودی ایستا و غلتش حالت پایا استفاده شد. جزئیات بیشتر مراحل مدل‌سازی و نیز معادلات مربوط در کارهای پیشین آورده شده‌اند. بنابراین، در اینجا تکرار نمی‌شود (به مراجع ۱۳-۱۱ رجوع شود).



شکل ۲- شبکه اجزای محدود سه‌بعدی تایر.

ALE نامیده می‌شود، کمک فراوانی به این موضوع کرده است. Ghosh و همکاران [۸] استفاده از این روش را که در نرم‌افزار Abaqus وجود دارد، بررسی و دو تایر رادیال سواری را به کمک آن تحلیل کردند. آنها ابتدا تنش را تحلیل کرده و سپس مقدار اتلاف انرژی محاسبه شده با نرم‌افزار را با استفاده از معادله نیمه‌تجربی Pillai و Fielding-Russel [۹] به نیروی مقاومت غلتشی (معادله ۲) تبدیل کردند:

$$F_R = 0.54hL \left( \frac{d}{r} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

در این معادله،  $F_R$  نیروی مقاومت غلتشی،  $h$  نسبت انرژی اتلاف به کل انرژی،  $L$  نیروی عمودی تایر،  $d$  مقدار تغییر شکل عمودی تایر و  $r$  شعاع تایر است. در پژوهشی دیگر، قریشی [۱۰] با نرم‌افزار Abaqus غلتش حالت پایا تایر رادیال را تحلیل کرد و با ارائه روشی جدید که بر مبنای مقایسه بین نیروها در دو حالت بدون در نظر گرفتن پدیده اتلاف انرژی و با در نظر داشتن رفتار گرانروکشسان بود، مقدار مقاومت غلتشی را پیش‌بینی کرد. در واقع، مبنای تحلیل پژوهش انجام شده با کار انجام شده توسط Ghosh و همکاران [۸] یکی بوده و تنها روش به‌کار برده شده برای پیشگویی مقاومت غلتشی متفاوت بود. البته نتایج پژوهش با نتایج تجربی مقایسه نشد. در این کار پژوهشی، ابتدا تحلیل غلتش حالت پایا روی تایر رادیال سواری انجام شد. رفتار مواد لاستیکی به دو روش مستقل از زمان که با معادله ابرکشسان بیان می‌شود و وابسته به زمان که با معادله ابرگرانروکشسان داده شده، در نظر گرفته می‌شود. مبنای کار پیشین [۱۰] ثابت در نظر گرفتن سرعت چرخشی تایر و محاسبه سرعت خطی حالت آزاد برای هر یک از دو حالت پیش گفته بود. با محاسبه تفاضل نیروهای طولی (longitudinal force) بین دو حالت، مقاومت غلتشی به‌دست آمد. در پژوهش حاضر، از روش عددی جدیدی برای محاسبه اختلاف بین نیروها استفاده شد که بر پایه محاسبه مستقیم حالت غلتش آزاد با برنامه رایانه‌ای جداگانه است که به برنامه Abaqus اتصال داده شده بود. جزئیات این روش در ادامه آمده است.

### مدل اجزای محدود تایر

تایر مطالعه شده در این پژوهش، از نوع رادیال با اندازه 185/65R15 بود. بدنه تایر کامپوزیتی متشکل از لایه لاستیکی تقویت شده با الیاف پلی‌استر به همراه دو لایه تسمه تشکیل یافته از کامپوزیت لاستیک و الیاف فولادی و دو لایه فوقانی (cap ply) نایلونی است. برای ساخت مدل اجزای محدود این تایر ابتدا جانمایی دوبعدی آن در محیط نرم‌افزار Abaqus/CAE به ۴۳۶ جزء دوبعدی متقارن محوری و ۱۶۶

جدول ۱- پارامترهای معادله Ogden و سری Prony برای اجزای لاستیکی تشکیل‌دهنده تایلر.

پارامترهای سری Prony (N=۱)		پارامترهای معادله Ogden (N = ۳)		جزء لاستیکی
$\tau_i$	$g_i$	$\alpha_i (i = 1, 2, 3)$	$\mu_i (i = 1, 2, 3)$ (MPa)	
۰/۱	۰/۵	۵/۰۹ ۴/۹۲ -۸/۳۲	۱/۵۲ -۲/۴۲ ۲/۹۵	لایه داخلی
به دلیل ثابت بودن در چرخه تغییرشکل پویا در نظر گرفته نشد.		-۳/۸۴ ۵/۱۴ -۹/۶۴	-۰/۳۱ ۵/۶۱ ۱۵/۶۹	پرکن طوقه (bead apex)
۰/۱۵	۰/۲۵	-۱/۵۳ -۰/۵۱ -۲/۶۷	-۱۳۵/۱۹ ۵۴/۸۲ ۸۵/۱۳	بالشتک ضدسایش
۰/۰۸	۰/۳	-۱/۵۳ -۱/۰۵ -۲/۰۴	-۴۶۹/۹۱ ۲۰۰/۸۴ ۲۷۳/۸۰	آمیزه تسمه
به دلیل ثابت بودن در چرخه تغییرشکل پویا در نظر گرفته نشد.		-۱/۳۸ -۰/۵۳ -۲/۳۶	-۱۱۹/۵۷ ۳۸/۵۳ ۸۹/۵۲	آمیزه طوقه
۰/۱	۰/۲	-۱/۷۶ -۱/۰۱ -۲/۵۷	۱۵۲/۴۹ ۵۸/۸۷ ۹۷/۴۸	آمیزه لایه فوقانی
۰/۱	۰/۱	۳/۱۷ ۳/۸۷ -۱/۹۲	۱/۳۱ -۰/۲۸ ۰/۰۷	آمیزه لایه
۰/۱۵	۰/۲۵	۲/۱۸ ۲/۴۸ ۰/۶۸	-۵/۶۰ ۵/۱۳ ۱/۲۷	دیواره
۰/۱۵	۰/۲۲	۵/۲۸ ۵/۶۸ -۱۲/۲۶	۸/۴۹ ۹/۴۵ ۴/۹۴	آمیزه زیر رویه
۰/۱	۰/۲۲	۶/۴۲ ۶/۲۱ -۱۰/۶۴	۳/۰۶ -۴/۹۶ ۶/۱۷	آمیزه رویه

## رفتار مواد

## لاستیک‌ها

پایه پلیمری آمیزه‌های لاستیکی استفاده شده در این تایر همگی بر مبنای استفاده از سه کائوچوی اصلی و پرمصرف طبیعی (NR)، استیرن - بوتادیان (SBR) و بوتادیان (BR) قرار دارد. البته در آمیزه آستر داخلی به دلیل قابلیت حفظ هوای فشرده از کائوچوهای هالوبوتیل استفاده می‌شود. به‌طور مشخص، آمیزه رویه بالایی این تایر که بیشترین سهم را در ایجاد مقاومت غلتشی دارد، بر پایه آمیخته دو کائوچوی استیرن - بوتادیان و بوتادیان قرار دارد. همان‌طور که اشاره شد، دو نوع تحلیل در این کار انجام شد که تفاوت بین آنها در نوع رفتار مواد لاستیکی است. رفتار اجزای لاستیکی استفاده شده در این پژوهش در حالت بدون در نظر گرفتن اثر زمان با معادله ابرکشسان Ogden [۱۴] بیان شد. علت انتخاب مدل مزبور این بود که نتایج به‌دست آمده از آن در حالت تحلیل ایستا بهترین انطباق را با داده‌های تجربی داشت [۱۵]. مدل Ogden با معادله (۲) داده شده است:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (2)$$

در این معادله،  $W$  چگالی انرژی کرنشی،  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  نسبت‌های کشیدگی در جهت‌های اصلی و  $\mu_i$ ،  $\alpha_i$  و  $N$  ثابت‌های معادله هستند که با برازش معین می‌شوند. بدین منظور، داده‌های تنش بر حسب کرنش که از آزمون‌های کشش و فشار به‌دست آمدند، به کمک بخش برازش نرم‌افزار Abaqus تحلیل و ثابت‌های مزبور معین شدند. برای حالت دوم که در آن رفتار مواد وابسته به زمان در نظر گرفته شد، از مدل ابرگرانروکشسان استفاده شد. در اینجا مدل Ogden با معادله بیان شده توسط سری Prony تلفیق که به شکل معادله (۳) بیان می‌شود:

$$\mu_i^R = \mu_i^0 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N g_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right] \quad (3)$$

در این معادله  $g_i$  و  $N_i$  ثابت‌های معادله Prony،  $\tau_i$  زمان آسایش و  $\mu_i^R$  و  $\mu_i^0$  ثابت‌های معادله Ogden در حالت آسوده شده و اولیه‌اند. برای تعیین ثابت‌های معادله Prony از روش ابداعی استفاده شد که پیش‌تر در مراجع ۱۶ و ۱۷ به‌طور مفصل توضیح داده شده بود. در جدول ۱ ثابت‌های معادله Ogden و پارامترهای معادله Prony برای اجزای لاستیکی استفاده شده در این تایر آمده است.

## الیاف تقویت‌کننده

برای اجزای لیفی تقویت‌کننده از مدل کشسان خطی استفاده شد که داده‌های مربوط به ضرایب کشسانی و نسبت پواسون الیاف مصرفی

در این تایر در جدول ۲ آمده است.

## بارگذاری و شرایط عملکرد

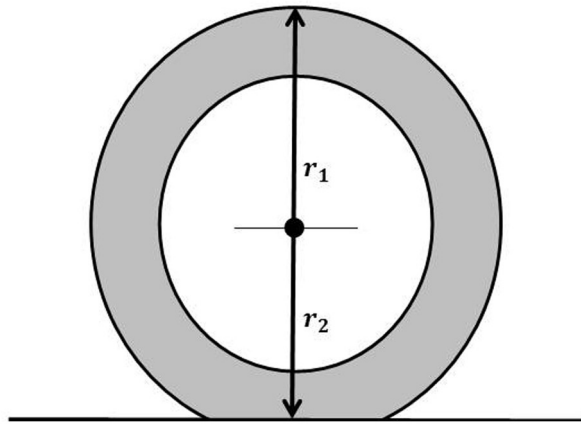
برای انجام تحلیل اجزای محدود این تایر، چهار مرحله بارگذاری تعریف شد. در مرحله نخست فرض شد که دو ناحیه طوقه تایر به مقدار ۲۵/۴ mm (هر طرف طوقه به مقدار ۱۲/۷ mm) به یکدیگر نزدیک شوند. این مسئله موجب می‌شود تا شکل تایر روی رینگ به‌دست آید. یادآور می‌شود، برای قرارگیری کامل و جانمایی صحیح تایر روی رینگ معمولاً فاصله دو سر طوقه به مقدار ۲۵/۴ mm (۱ inch) بیشتر از پهنای رینگ استاندارد آن ساخته می‌شود. پس از اتمام این مرحله از مدل‌سازی، تایر زیر بار ناشی از اعمال فشار باد داخلی قرار می‌گیرد که مقدار آن برابر با ۰/۲۱ MPa در نظر گرفته شد. دو مرحله اولیه بارگذاری با استفاده از مدل دوبعدی متقارن محوری انجام شد. در مرحله سوم، تایر زیر بار عمودی ایستا برابر با ۴۳۹۵ N قرار گرفته و محاسبات اجزای محدود برای پیش‌بینی شکل تایر زیر این بار و تعیین جاپا (footprint) و متغیرهای آن همانند شکل، اندازه و فشار تماسی انجام شد. بدیهی است، محاسبات این مرحله با استفاده از مدل اجزای محدود سه‌بعدی (شکل ۲) انجام شد. نکته مهمی که ذکر آن ضروری است، اینکه برای شروع محاسبات سه‌بعدی در این مرحله از نتایج دو مرحله قبل استفاده شد که با تحلیل دوبعدی متقارن محوری به‌دست آمده بود. در مرحله سوم، تایر در شرایط غلتش حالت پایا مدل شد. شکل ۳ تایر در حال حرکت را در مسیر مستقیم به همراه نیروها و گشتاورهای وارد بر آن نشان می‌دهد.

فرایند تحلیل بدین ترتیب است که نتایج تنش و کرنش به‌دست آمده از مرحله قبل (یعنی تحلیل جاپا ایستا) به‌عنوان ورودی به حالت غلتش در نظر گرفته می‌شود. در اینجا از روش اختیاری لاگرانژی - اولری (ALE) استفاده شد. بدین روش که تغییرشکل گره‌ها و اجزای‌ها در دستگاه لاگرانژی و معادلات سینماتیک حرکت در دستگاه اولری در نظر گرفته شد.

این روش مدل‌سازی امکان استفاده از همان شبکه اجزای محدودی را که برای تحلیل ایستا استفاده شد، برای حالت غلتش نیز فراهم جدول ۲- ضرایب کشسانی اجزای تقویت‌کننده تایر.

نسبت پواسون	مدول یانگ (MPa)	جزء تقویت‌کننده
۰/۳	۱۶۴۰۰	پلی‌استر
۰/۳	۴۱۳۰	نایلون
۰/۳	۵۷۱۴۰	الیاف فولادی





شکل ۴- نمای کناری تایر در حال غلتش همراه با شعاع‌های چرخش بیشینه ( $r_1$ ) و کمینه ( $r_2$ ).

غلتش آزاد باشد، به آن حالت ترمزگیری (braking) می‌گویند.

#### تهیه زیر برنامه (Subroutine)

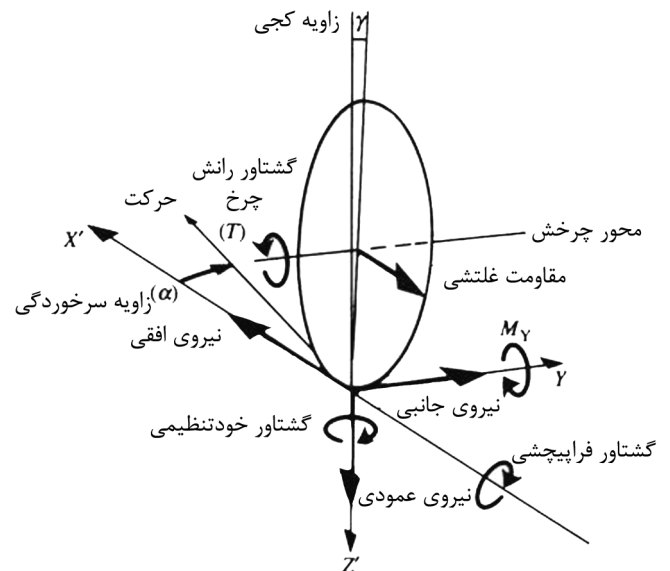
در نرم‌افزار Abaqus این امکان پیش‌بینی شده که بتوان سرعت زاویه‌ای را با زیر برنامه رایانه‌ای که به زبان فورترن نوشته می‌شود، به مدل وارد کرد. مزیت کار گفته شده در این است که می‌توان به کمک الگوریتم تکرارشونده سرعت زاویه‌ای را به نحوی که مقدار نیروی طولی ( $F_x$ ) یا گشتاور چرخشی ( $M_y$ ) برابر صفر شود، محاسبه کرد. بدین ترتیب که ابتدا سرعت زاویه‌ای کمینه ( $\omega_1$ ) محاسبه سپس با تحلیل غلتش حالت پایا مقادیر نیروها و گشتاورها محاسبه می‌شوند. به دنبال آن برحسب مقدار نیروی طولی (یا گشتاور چرخشی) به دست آمده مقدار جدیدی برای سرعت زاویه‌ای معین می‌شود، به نحوی که نیروی طولی (یا گشتاور چرخشی) به سمت صفر میل کند. این عمل در یک چرخه تکرارشونده ادامه می‌یابد تا جایی که نیرو یا گشتاور برابر با صفر شود. بدین منظور، زیر برنامه تهیه و فرایند تحلیل غلتش آزاد انجام شد که در بخش نتایج توضیحات لازم داده می‌شود.

#### نتایج و بحث

بر اساس روش‌ها و مواد گفته شده، تحلیل اجزای محدود تایر 185/65R15 در دو بخش جداگانه انجام شد. در بخش اول رفتار مواد لاستیکی بدون در نظر گرفتن اثر زمان با مدل مکانیکی ابرکشسان بیان شد. در این بخش، برای اعتبارسنجی مدل و راست‌آزمایی آن

می‌سازد. افزون بر این، زمان اجرای مسئله نیز در مقایسه با حالت پویا که در آن مسئله باید به شکل گذرا حل شود، بسیار کاهش می‌یابد. اما باید توجه داشت، استفاده هم‌زمان از دو حالت لاگرانژی و اولری مستلزم آن است که حرکت انتقالی تایر که با سرعت خطی خودرو ( $v$ ) بیان می‌شود و سرعت چرخشی یا زاویه‌ای ( $\omega$ ) به‌طور مستقل از هم تعریف و به نرم‌افزار وارد شوند. باید توجه داشت، این دو سرعت مستقل از هم نیستند ( $v = \omega r$  که  $r$  شعاع دوران است). از سوی دیگر، تایر پس از تماس با زمین از حالت مدور و دایره‌ای شکل خارج می‌شود و شعاع چرخش آن ثابت نیست (شکل ۴). از این رو، نمی‌توان با داشتن سرعت تایر، مقدار سرعت چرخشی متناظر آن را محاسبه و به‌عنوان ورودی در نظر گرفت.

برای حل این مسئله، سرعت خطی ثابت فرض شده و فرایند تحلیل برای محدوده‌ای از سرعت‌های چرخشی تایر از کمینه تا بیشینه انجام می‌شود. این دو سرعت به ترتیب از معادله‌های  $\omega_1 = \frac{v}{r_1}$  و  $\omega_2 = \frac{v}{r_2}$  به دست می‌آیند که در آنها  $r_1$  و  $r_2$  نمایانگر حداکثر و حداقل شعاع تایر است (شکل ۴). پس از اتمام تحلیل و با رسم نمودارهای نیروی طولی ( $F_x$ ) یا گشتاور غلتشی ( $M_y$ ) برحسب سرعت زاویه‌ای، می‌توان سرعت زاویه‌ای را که در آن نیروی طولی یا گشتاور چرخشی برابر با صفر می‌شود، به‌عنوان سرعت چرخشی و شعاع تایر متناظر با سرعت خطی انتخابی به دست آورد. این سرعت چرخشی و شعاع به دست آمده با نام‌های سرعت و شعاع غلتشی ( $\omega_p$ ) و ( $r_p$ ) آزاد نامیده می‌شوند. اگر سرعت زاویه‌ای بیشتر از سرعت غلتش آزاد باشد، به آن حالت کشانش (traction) و اگر سرعت زاویه‌ای کمتر از سرعت



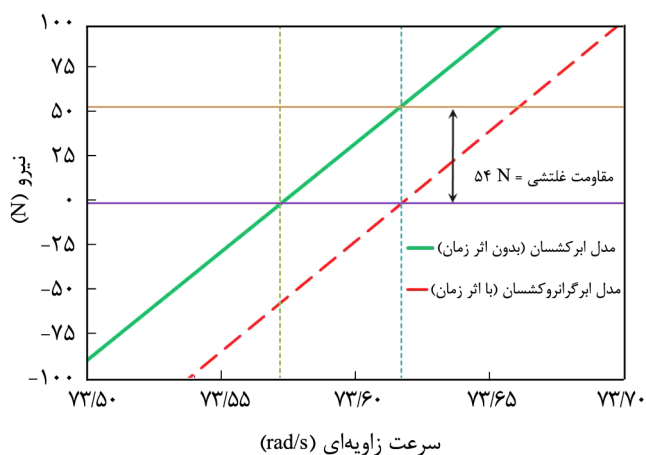
شکل ۳- نیروها و گشتاورهای وارد بر تایر در حال غلتش (در این پژوهش فرض شده است که زاویه‌های سرخوردگی و کجی برابر صفر باشند).

جبران کند. به عبارت دیگر، اگر تحلیل غلتش آزاد برای تایر به کمک مدل رفتار ابرگرانروکشسان با سرعت زاویه‌ای برابر با  $73/751 \text{ rad/s}$  (یعنی سرعت زاویه‌ای غلتش آزاد حالت ابرکشسان) انجام گیرد، در این حالت برای اینکه تایر بتواند سرعت خطی  $80 \text{ km/h}$  را حفظ کند، باید نیروی طولی به آن اعمال شود که برابر با مقاومت غلتشی تایر است. برای آگاهی از صحت و دقت این فرضیه، آزمون تعیین مقاومت غلتشی تایر یاد شده به روش استاندارد ISO 28580 انجام شد. شرایط آزمون از لحاظ سرعت خطی تایر، بار عمودی، فشار باد و سایر موارد به‌طور دقیق با موارد اعمال شده در مدل‌سازی یکسان بود. مقدار نیروی مقاومت غلتشی محاسبه شده به روش مزبور همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده برابر با  $54 \text{ N}$  و مقدار متوسط اندازه‌گیری شده این کمیت (که روی دو تایر انجام شد) برابر با  $52/6 \text{ N}$  است. مشاهده می‌شود، تفاوت بین این دو نیرو بسیار کم و در حد کاملاً قابل قبول برای شبیه‌سازی به‌شمار می‌آید.

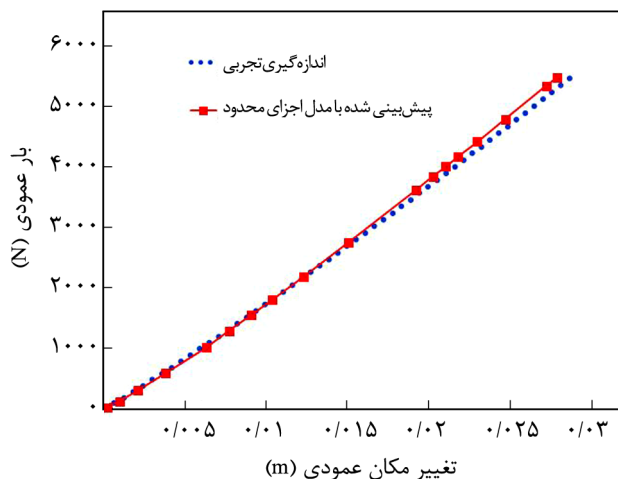
برای بررسی بیشتر تفاوت بین شبیه‌سازی‌های انجام شده، توزیع فشار ناحیه تماس تایر برای دو حالت یاد شده یعنی مدل ابرکشسان و ابرگرانروکشسان به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، توزیع فشار در شکل ۷ (مدل ابرکشسان) گسترده و بیشینه کمتری در مقایسه با حالت ابرگرانروکشسان (شکل ۸) دارد. علت موضوع این است که چون در حالت ابرکشسانی اثر زمان در نظر گرفته نشده و محاسبات در حالت غلتش پایدار انجام شده‌اند، بنابراین مقادیر سفتی مواد که در معادلات کاری اجزای محدود استفاده می‌شود، در حالت کاملاً آسوده (fully relaxed) در نظر گرفته می‌شود. به عبارت بهتر، در معادله سری Prony (معادله ۳) مقدار زمان برابر با بی‌نهایت فرض می‌شود ( $t \rightarrow \infty$ ). از سوی دیگر، در

داده‌های نیرو برحسب تغییر مکان عمودی تایر در حالت ایستا که از مدل اجزای محدود به‌دست آمده بودند، با نتایج تجربی اندازه‌گیری شده مقایسه شد که در شکل ۵ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود، انطباق بسیار خوبی بین این دو دسته از داده‌ها وجود دارد که بیانگر درستی و دقت مدل اجزای محدود تایر و پارامترهای مواد است.

در بخش دوم تمام مراحل تحلیل یک مرتبه دیگر تکرار و در اینجا رفتار لاستیک‌های تشکیل‌دهنده اجزای تایر با مدل ابرگرانروکشسان بیان شد، به نحوی که تاریخچه بارگذاری و پدیده اتلاف انرژی در محاسبات دخالت داده شد. در هر دو حالت سرعت خطی تایر برابر  $80 \text{ km/h}$  انتخاب شد. با استفاده از برنامه رایانه‌ای نوشته شده و اتصال آن به نرم‌افزار Abaqus مقادیر سرعت زاویه‌ای غلتش آزاد برای دو حالت ابرکشسان (بدون در نظر داشتن اثر اتلاف انرژی) و ابرگرانروکشسان (با در نظر گرفتن پدیده اتلاف انرژی) به ترتیب برابر  $73/572 \text{ rad/s}$  و  $73/617 \text{ rad/s}$  به‌دست آمدند. دو نکته مهم از این مقادیر برداشت می‌شود. اول اینکه مقادیر دو سرعت به‌دست آمده بسیار به هم نزدیک هستند. بنابراین، استفاده از الگوریتم به‌کار گرفته شده در این کار که برای تعیین دقیق سرعت زاویه‌ای غلتش آزاد پیشنهاد شده بود، کاملاً ضروری به‌نظر می‌رسد. اهمیت این ضرورت زمانی بیشتر می‌شود که همین تفاوت بسیار کم می‌تواند مبنای پیش‌بینی مقاومت غلتشی واقع شود. نکته دوم اینکه سرعت زاویه‌ای برای حالتی که اثر گرانروکشسانی در نظر گرفته می‌شود، بیشتر از حالتی است که این اثر وارد محاسبات نمی‌شود. دلیل این مسئله نیز آن است که چون سرعت خطی ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین تایر در حالت گرانروکشسان باید تعداد دور بیشتری به ازای واحد طول (یا زمان) بزند تا اتلاف انرژی ناشی از پدیده گرانروکشسانی را

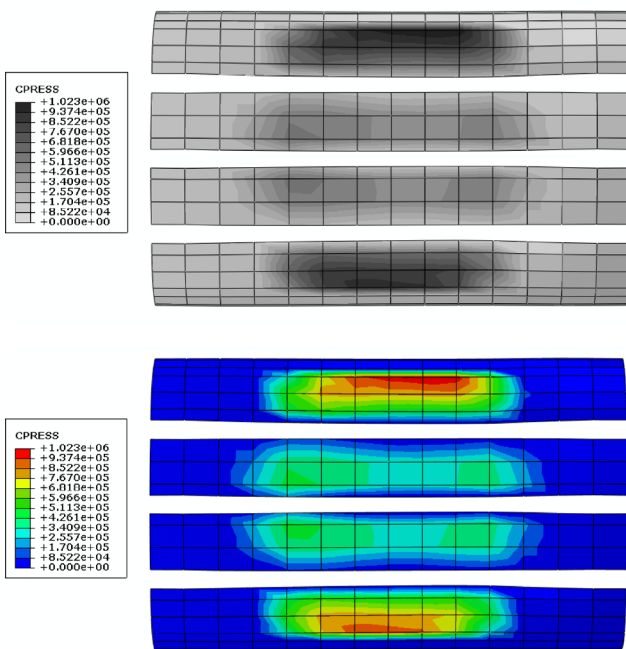


شکل ۶- تغییرات نیروی طولی برحسب سرعت زاویه‌ای در دو حالت مدل ابرکشسان و مدل ابرگرانروکشسان.

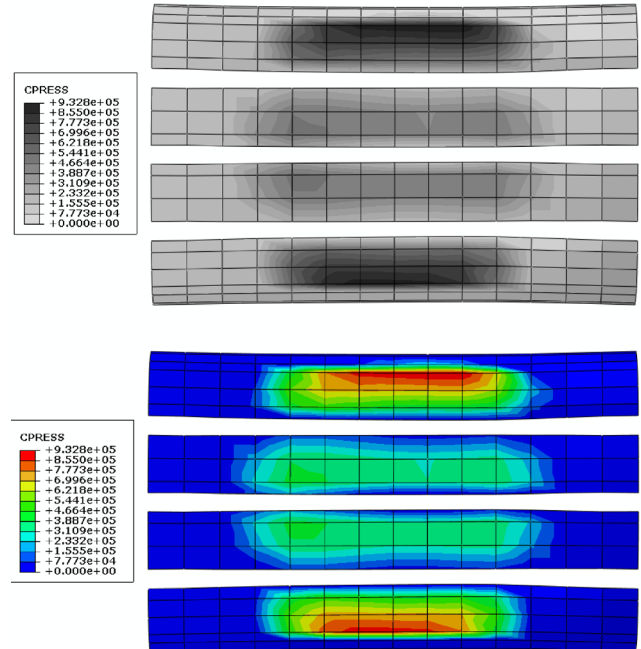


شکل ۵- مقایسه نتایج تجربی و مدل‌سازی تغییرات نیروی عمودی برحسب تغییر مکان در حالت ایستا.





شکل ۸- توزیع فشار ناحیه تماسی در حالت مدل ابرگرانروکشسان با در نظر گرفتن اثر زمان.



شکل ۷- توزیع فشار ناحیه تماسی در حالت مدل ابرکشسان بدون اثر زمان.

## نتیجه گیری

نیروی مقاومت غلتشی در تایر رادیال سواری به روش شبیه‌سازی غلتش حالت پایا پیش‌بینی شد که با نرم‌افزار Abaqus انجام شد. بدین منظور، تایر رادیال سواری انتخاب و شبیه‌سازی آن با استفاده از روشی انجام شد که در کارهای پیشین استفاده شده بود. نشان داده شد، اختلاف بین نیروهای طولی محاسبه شده در دو حالت بدون در نظر گرفتن رفتار گرانروکشسانی اجزای لاستیکی تشکیل‌دهنده تایر و با در نظر گرفتن رفتار مزبور می‌تواند نیروی مقاومت غلتشی را تشکیل دهد. برای تأیید این مطلب نیز نیروی محاسبه شده با مقدار معین شده از آزمون تجربی مقایسه شد که حاکی از دقت بسیار خوب روش است. همچنین، توزیع فشار ناحیه تماسی نیز مطالعه شد و تفاوت آنها برای دو مدل مکانیکی نامبرده بحث و بررسی شد.

## قدردانی

از مدیریت محترم عامل و پژوهشگران سخت‌کوش واحد تحقیقات و توسعه گروه صنعتی بارز برای حمایت مالی از اجرای این طرح صمیمانه تشکر می‌شود.

حالت گرانروکشسانی اثر زمان روی مقادیر سفتی در نظر گرفته شده و سفتی‌ها بیشتر از حالت کاملاً آسوده هستند و همین مسئله موجب می‌شود تا توزیع فشار بیشتری نسبت به حالت ابرکشسان داشته باشند. نکته مهم دیگری که در اینجا مشاهده می‌شود، نامتقارن بودن توزیع فشار بین ناحیه جلویی و عقبی جاپای تایر در حالت ابرگرانروکشسان است. این نیز به همان دلیل وابسته به زمان بودن سفتی‌های مواد است. برای بررسی بهتر یک جزء از تایر را در نظر بگیرید. وقتی در اثر غلتش تایر، این جزء وارد ناحیه جاپا (در بخش جلو) می‌شود، سفتی آن به‌طور پیوسته با زمان (مطابق معادله ۳) تغییر کرده تا زمانی که این ناحیه در بخش انتهایی ترک می‌خورد. بنابراین، نیروهای وارد شده به آن در دو ناحیه جلویی و عقبی جاپا به شکل متقارن تغییر می‌کنند، اما اثر زمان به‌طور پیوسته از ابتدای ورود به این ناحیه تا لحظه خروج موجب تغییر خواص مواد شده و در نتیجه سبب نایکنواختی در توزیع فشار می‌شود. البته باید توجه داشت، این اثر به مقادیر زمان‌های آسایش اجزای تایر (به‌ویژه اجزای رویه) وابسته است. بدین معنی که اگر سرعت تایر به گونه‌ای باشد که زمان اقامت در ناحیه جاپا بسیار طولانی‌تر از زمان‌های آسایش باشد، در این شرایط نایکنواختی به سمت حذف شدن می‌رود. به عبارت دیگر، جواب‌ها به حالت مدل ابرکشسان میل می‌کنند.

## مراجع

1. LaClair T., *Rolling Resistance*, Gent A. and Walter J. (Eds.), The Pneumatic Tire, Washington DC, National Highway Traffic Safety Administration, 475-532, 2005.
2. Ebbott T.G., Hohman R.L., Jeusette J.P., and Kerchman V., Tire Temperature and Rolling Resistance Prediction with Finite Element Analysis, *Tire Sci. Technol.*, **27**, 2-21, 1999.
3. Wei Y.T., Tian Z.H., and Du X.W., A Finite Element Model for the Rolling Loss Prediction and Fracture Analysis of Radial Tires, *Tire Sci. Technol.*, **27**, 250-276, 1999.
4. Shida Z., Koishi M., Kogure T., and Kabe K., A Rolling Resistance Simulation of Tires Using Static Finite Element Analysis, *Tire Sci. Technol.*, **27**, 84-105, 1999.
5. Park H.C., Youn S.K., Song T.S., and Kim N.J., Analysis of Temperature Distribution in a Rolling Tire due to Strain Energy Dissipation, *Tire Sci. Technol.*, **25**, 214-228, 1997.
6. Cho J.R., Lee H.W., Jeong W.B., Jeong K.M., and Kim K.W., Numerical Estimation of Rolling Resistance and Temperature Distribution of 3-D Periodic Patterned Tire, *Int. J. Solids Struct.*, **50**, 86-96, 2013.
7. Lin Y.J. and Hwang S.J., Temperature Prediction of Rolling Tires by Computer Simulation, *Math. Comput. Simulat.*, **67**, 235-249, 2004.
8. Ghosh P., Saha A., and Mukhopadhyay R., *Prediction of Tire Rolling Resistance Using FEA*, Busfield J. and Muhr A. (Eds), Constitutive Models for Rubbers II, Lisse: Swets and Zeitlinger, 141-145, 2003.
9. Pillai P.S. and Fielding-Russell G.S., Tire Rolling Resistance from Whole-Tire Hysteresis Ratio, *Rubber Chem. Technol.*, **65**, 444-452, 1992.
10. Ghoreishy M.H.R., Viscoelastic Analysis of Rolling Tires Using the Finite Element Method, *Tire Technol. Int.*, Annual Review, 54-57, 2009.
11. Ghoreishy M.H.R., Steady State Rolling Analysis of Radial Tyre: Comparison with Experimental Results, *P. I. Mech. Eng. D-J Aut.*, **220**, 713-721, 2006.
12. Ghoreishy M.H.R., Finite Element Analysis of Steady Rolling Tyre with Slip Angle: Effect of Belt Angle, *Plast. Rubber Compos.*, **35**, 83-90, 2006.
13. Ghoreishy M.H.R., Malekzadeh M., and Rahimi H., A Parametric Study on the Steady State Rolling Behaviour of a Steel-Belted Radial Tyre, *Iran. Polym. J.*, **16**, 539-548, 2007.
14. Ogden R.W., Recent Advances in the Phenomenological Theory of Rubber Elasticity, *Rubber Chem. Technol.*, **59**, 361-383, 1986.
15. Ghoreishy M.H.R., Naderi G., and Azarandaz Kh., Experimental Verification of some Results of Finite Element Analysis of a Statically Loaded Tire, ISPST2012, Tehran, Iran, 21-25 October, 2012.
16. Ghoreishy M.H.R., Determination of the Parameters of the Prony Series in Hyper-Viscoelastic Material Models Using the Finite Element Method, *Mater. Design*, **35**, 791-797, 2012.
17. Ghoreishy M.H.R., Alimardani M., Mehrabian R.Z., and Gangali S.T., Modeling the Hyper-viscoelastic Behavior of a Tire Tread Compound Reinforced by Silica and Carbon Black, *J. Appl. Polym. Sci.*, **128**, 1725-1731, 2012.